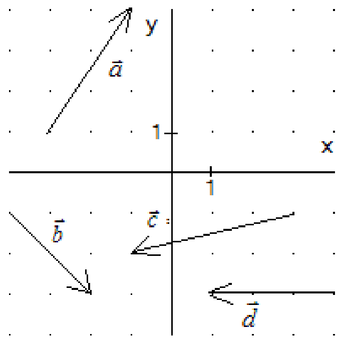
Standards – Vektorrechnung

(Vorschlag erarbeitet von Marina Tureczek im Rahmen einer FBA, 08/09; Betreuer der Arbeit: Dr. Walter Mayer)

1. Gib die Koordinaten folgender Vektoren an:

   $\vec{a} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$;



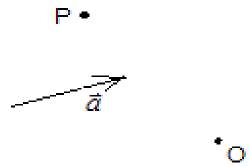
2. Gegeben sind P(1/2) und Q(4/-1) sowie die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ y \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} x \\ 12 \end{pmatrix}$.

   a. Gib die Koordinaten von $\vec{d} = \overrightarrow{PQ}$ an.
   b. Berechne $|\vec{a}|$
   c. Was muss y sein, damit $\vec{a} \parallel \vec{b}$ gilt ?
   d. Was muss x sein, damit $\vec{a} \perp \vec{c}$ gilt ?
   e. Der Vektor $\vec{e}$ ist normal zu $\vec{a}$, zeigt nach unten und ist doppelt so lang wie $\vec{a}$.
   Berechne seine Koordinaten.
   f. Der Vektor $\vec{f}$ ist gleich gerichtet und orientiert wie $\vec{d}$, seine Länge ist aber $\sqrt{50}$.
   Berechne seine Koordinaten.
   g. Gib die Koordinaten des Einheitsvektors von $\vec{d}$ an.
   h. Berechne die Koordinaten des Vektors $\vec{g} = 3 \cdot \vec{a} - \frac{1}{2} \cdot \vec{b}$.

3. Gegeben ist der Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$. Kreuze an, welche der folgenden Vektoren zu $\vec{a}$ parallel, normal bzw. weder parallel noch normal sind?

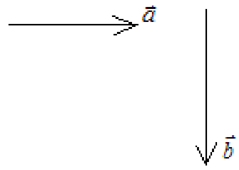
	Parallel zu $\vec{a}$	Normal zu $\vec{a}$	Weder parallel noch normal zu $\vec{a}$
$\vec{b} = \begin{pmatrix} 14 \\ -2 \end{pmatrix}$			
$\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$			
$\vec{d} = \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$			
$\vec{e} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}$			

4. In nebenstehender Skizze sind der Ursprung O, der Punkt P und der Vektor mit dem Repräsentanten $\vec{a}$ eingezeichnet. Ergänze die Zeichnung um den Punkt X, dessen Ortsvektor wie folgt dargestellt werden kann: $\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OP} + 2 \cdot \vec{a}$.

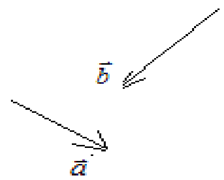


5. Zeichne in beiden Aufgabenstellungen jeweils den Vektor $\vec{c}$ ein:

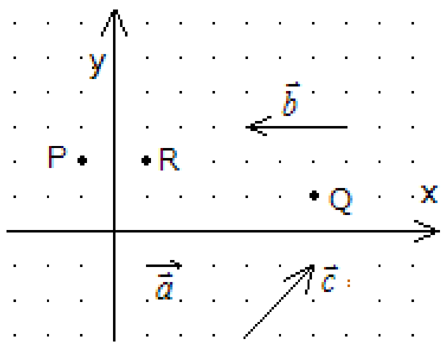
a. $\vec{c} = \frac{1}{2} \cdot \left(\vec{a} + \vec{b}\right)$



b. $\vec{c} = 2 \cdot \vec{a} - \vec{b}$



6. Überlege anhand der nebenstehenden Skizze,, ob die folgenden Darstellungen möglich sind oder nicht.

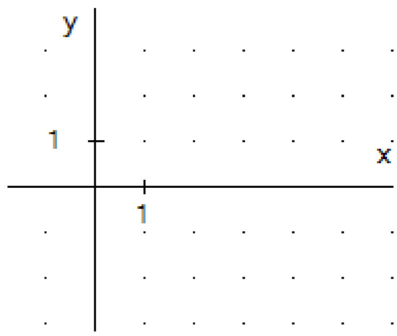


a. Q = P + t$\cdot\vec{a}$ □ möglich / □ nicht möglich
b. R = P + t$\cdot\vec{a}$ □ möglich / □ nicht möglich
c. $\vec{b}$ = t$\cdot\vec{a}$ □ möglich / □ nicht möglich
d. $\vec{a}$ = t$\cdot\vec{c}$ □ möglich / □ nicht möglich
e. Q = R + t$\cdot\vec{a}$ + s$\cdot\vec{b}$ □ möglich / □ nicht möglich
f. R = Q + t$\cdot\vec{a}$ + s$\cdot\vec{c}$ □ möglich / □ nicht möglich
g. $\vec{c}$ = t$\cdot\vec{a}$ + s$\cdot\vec{b}$ □ möglich / □ nicht möglich
h. $\vec{a}$ = t$\cdot\vec{b}$ + s$\cdot\vec{c}$ □ möglich / □ nicht möglich

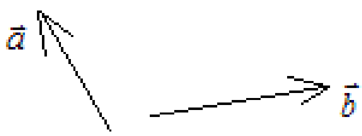
7. Stelle im rechts abgebildeten Koordinatensystem die Menge jener Punkte X dar, deren Ortsvektoren

in der Form $\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OP} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ dargestellt werden können.

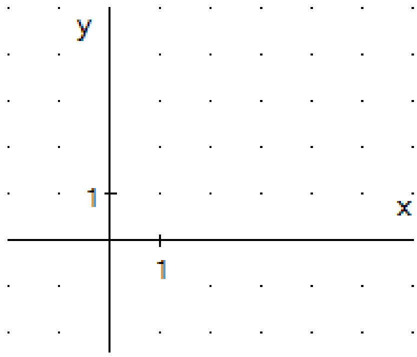
Dabei gilt: P(2/-1) und der Parameter t kann alle Werte zwischen -1 und 2 annehmen.



8. Was kann aufgrund der nebenbei dargestellten Lage der beiden Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ über ihr Skalares Produkt ausgesagt werden? Ergänze im schraffierten Feld das richtige Zeichen „<“, „=“ bzw. „>“: $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 0



9. Stelle im rechts abgebildeten Koordinatensystem die Menge jener Punkte X dar, deren Ortsvektoren in folgender Form dargestellt werden können:
$\overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.
Der Parameter t kann dabei alle Werte zwischen -1 und 1 annehmen, s hingegen alle Werte zwischen 0 und 1.



10. Ein Parallelogramm hat die Eckpunkte A(-2/0), B(3/-1), C(6/2) und D. Berechne die Koordinaten von D.

11. Ein Makler wickelte im Jahr 2008 25 Grundstücksverkäufe ab. Die Größen der Grundstücke betrugen (in m^2) g_1 für das erste Grundstück, g_2 für das zweite usw. bis g_{25}. Die Preise pro Quadratmeter (in Euro) waren a_1, a_2, ..., a_{25}. Im Jahr 2009 organisierte er 18 Grundstücksverkäufe. Die Größen der Grundstücke betrugen dabei h_1, h_2, ..., h_{18}, die Quadratmeterpreise waren b_1, b_2, ..., b_{18}.

    Aufgabenstellung:

    a. Die Grundstücksgrößen im Jahr 2008 sind im Vektor G zusammengefasst, jene im Jahr 2009 im Vektor H. Entsprechend bilden die Grundstückspreise die Vektoren A und B. Gib die Vektoren an. Erläutere konkret: was bedeutet die vierte „Koordinate“ des Vektors A bzw. die sechste „Koordinate“ des Vektors H?
    b. Drei Prozent des Verkaufspreises fallen als Provision an. Gib Formeln an, mit denen die insgesamt anfallenden Provisionen P_8 (für das Jahre 2008) bzw. P_9 (für das Jahr 2009) berechnet werden können.
    c. Was bedeutet in diesem Zusammenhang $Q = \frac{P_9 - P_8}{P_8}$? Was bedeutet es, wenn man für Q einen negativen Wert erhält?
    d. Was bedeutet in diesem Zusammenhang $R = \frac{P_9}{P_8}$? Was bedeutet es, wenn man für R einen Wert von 1,25 erhält?

12. Gegeben ist das Dreieck A(-2/2), B(6/1), C(4/7) sowie die Vektoren $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{w} = \overrightarrow{BC}$.

    a. Welcher Punkt wird durch die Gleichung D = B + $\frac{1}{2} \cdot \vec{w}$ festgelegt?
    b. Zeichne den Vektor $\vec{v} + \frac{1}{2} \cdot \vec{w}$ von C aus ein.
    c. Zeichne den Vektor $\vec{v} - \vec{w}$ von B aus ein.